

MT10110 Aseiniad 2: Geometreg Gyfesurynnol – Cylchoedd, Polar, Loci a Chonigau
Rhowch gynnig ar bob cwestiwn.

Nid yw'r cwestiynau yma'n uniongyrchol asesiedig. Yn hytrach, dylech gwblhau'r prawf aml-ddewis ar Blackboard.

1. Darganfyddwch hafaliad y cylch C ym mhob un o'r achosion canlynol:
 - (a) Pwyntiau terfyn y diamedr yw $(-3, 8), (5, 2)$. [4]
 - (b) Mae C yn y system $x^2 + y^2 + \lambda y - 2 = 0$ ac yn cynnwys $(3, -1)$. [3]
2.
 - (a) Brasluniwch y cylch $x^2 + y^2 - x - y - \frac{1}{2} = 0$.
 - (b) Darganfyddwch hafaliad y tangiad iddo ymhob un o'r pwyntiau (i) $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ a (ii) $(\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}), 0)$. [3, 4]
3. Boed i C fod y cylch $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 2 = 0$.
 - (a) Darganfyddwch ganol a radiws C .
 - (b) Pennwch bellter tangiadol y pwynt $(4, 3)$ o C . [3, 2]
4. Rhewch y cyfesurynnau polar i'r pwynt sydd â chyfesurynnau Cartesaidd $(5, 12)$.
5. Dangoswch mai hafaliad polar y gromlin $xy = x + y$ yw $r = \sec \theta + \operatorname{cosec} \theta$. [3]
6. Darganfyddwch hafaliad Cartesaidd y gromlin $r \cos 2\theta = \frac{1}{r} + \cos \theta$. [3]
7. Darganfyddwch hafaliad polar y cylch $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 2$. [6]
8. Mae pwynt P yn symud fel bod ei bellter tangiadol o gylch o radiws 4 wastad yn 3. Pennwch locws P .
9. Mae P yn bwynt ar gylch sefydlog $\mathcal{C}$. Os yw K yn bwynt sefydlog, darganfyddwch hafaliad y locws o ganolbwynt PK . Disgrifiwch y locws. (Awgrym: symudwch $\mathcal{C}$ fel bod ei ganol yn y tarddbwynt a bod ganddo radiws 1.)
10. Disgrifiwch, heb brawf, y locws o'r pwynt P yn yr achosion canlynol, lle mae A, B yn bwyntiau sefydlog gwahanol ac mae θ yn ongl cyson, $0^\circ < \theta < 180^\circ$.
 - (a) $PA = PB$;
 - (b) $\widehat{PAB} = \theta$;
 - (c) $PA^2 + PB^2 = AB^2$;
 - (d) mae P bellter cyson o 1 o'r cylch gyda diamedr AB ;
 - (e) $\widehat{APB} = \theta$.
11. Mae'r pwynt P ar y llinell $Ax + By + C = 0$ ac mae'r pwynt Q ar y llinell $Ax + By + D = 0$. Wrth i P a Q amrywio, dangoswch fod locws canolbwynt PQ yn llinell sy'n baralel i'r ddwy llinell arall, a rhewch hafaliad y locws.
12. A yw'r pwynt $(2, 0)$. Darganfyddwch locws P , lle mae P yn dynodi canolbwynt KA , yn yr achosion canlynol:
 - (a) mae K yn symud ar yr echelin- y ;
 - (b) mae K yn symud ar y llinell $y = x - 1$;
 - (c) mae K yn symud ar y cylch uned $x^2 + y^2 = 1$. [5]

... mae'r cwestiynau yn parhau ...

13. Mae conig â ffocws yn $(0, 0)$ a chyfeirlin yn $x = -3$. Ym mhob achos mae'r pwynt penodol a roddir yn gorwedd ar y conig, a dyma'r ffocws a'r cyfeirlin agosaf. Felly pennwch echreiddiad y conig, a nodwch os ydyw'n elips, parabola neu'n hyperbola:
- (a) $(-1, 0)$
 - (b) $(0, 3)$
 - (c) $(1, 2)$
 - (d) $(3, -4)$
14. Mae conig â ffocws yn F . Mae llinell newidiol ℓ trwy F yn cwrdd y conig ar y pwyntiau A a B . Profwch fod gwerth $\frac{1}{AF} + \frac{1}{BF}$ yn gyson wrth i ℓ amrywio. (Awgrym: Defnyddiwch gyfesurynnau polar.)
15. Darganfyddwch hafaliad y tangiad i'r parabola $y^2 = x$ ar y pwynt $(1, 1)$.
16. (a) Ysgrifennwch i lawr hafaliadau y tangiad a'r normal i'r parabola $y^2 = 4ax$ yn y pwynt $(at^2, 2at)$.
 (b) Dangoswch fod yna ddau dangiad i'r parabola o unrhyw bwynt ar y cyfeirlin, ac eu bod yn orthogonal.
 (c) Ymhellach, dangoswch fod y llinell sy'n cysylltu'r pwyntiau lle mae'r tangiadau yn cwrdd a'r parabola yn pasio trwy'r ffocws.
17. Mae'r tangiad yn y pwynt $P : (t, t^{-1})$ i'r hyperbola petryalog $xy = 1$ yn cwrdd yr echelinau yn y pwyntiau A a B . Profwch fod arwynebedd y triongl AOB yn parhau yn gyson wrth i P amrywio.
18. Profwch fod gan y normal ar unrhyw bwynt $P : (a \cos \theta, b \sin \theta)$ ar yr elips

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

y goled $\frac{a}{b} \tan \theta$.