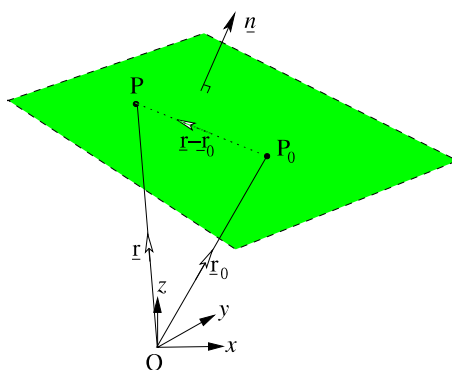


2.5 Hafaliad fector y plân

Sut gallwn ddisgrifio hafaliad y plân? O wybod pwynt R yn y plân gyda fector safle $\underline{r}_0$ a fector $\underline{n}$ sy'n normal (neu'n berpendicwlar) i'r plân, yna os yw P yn unrhyw bwynt arall yn y plân, mae'n rhaid bod y fector o P i R yn berpendicwlar i $\underline{n}$. Os rydym yn ysgrifennu fector safle P fel $\underline{r}$, yna mae $\overrightarrow{RP} = \underline{r} - \underline{r}_0$ a hafaliad fector y plân yw

$$(\underline{r} - \underline{r}_0) \cdot \underline{n} = 0,$$

neu $\underline{r} \cdot \underline{n} = \underline{r}_0 \cdot \underline{n}$.



Mewn cydrannau, os ysgifennwn $\underline{r} = x\underline{i} + y\underline{j} + z\underline{k}$, $\underline{r}_0 = x_0\underline{i} + y_0\underline{j} + z_0\underline{k}$ a $\underline{n} = n_x\underline{i} + n_y\underline{j} + n_z\underline{k}$ yna hafaliad y plân yw $n_x(x - x_0) + n_y(y - y_0) + n_z(z - z_0) = 0$ neu

$$n_x x + n_y y + n_z z = d \quad (1)$$

ar gyfer cysonyn $d = \underline{n} \cdot \underline{r}_0 = n_x x_0 + n_y y_0 + n_z z_0$.

Enghraifft 2.24. Darganfyddwch hafaliad y plân sy'n pasio trwy $(0, 2, 1)$, a sy'n normal i $3\underline{i} - 2\underline{j} - \underline{k}$.

Enghraifft 2.25. Darganfyddwch hafaliad fector y plân sy'n pasio trwy'r pwyntiau $A:(0,0,1)$, $B:(2,0,0)$, a $C:(0,3,0)$.

Enghraifft 2.26. Darganfyddwch hafaliad y llinell a ffurfir gan croestoriad y planau $x + y - z = 1$ a $2x + 3y + z = -3$.

Sylw: Yr ongl rhwng dau blân sy'n croestorri yw'r ongl lem rhwng eu fectorau normal, y gellir ei gyfrifo gan ddefnyddio'r lluoswm sgalar.

Er enghraifft, gellir darganfod cosin yr ongl rhwng y planau $x = 0$ ac $y = 0$ trwy gyfrifo'r lluoswm sgalar o'u fectorau normal uned, $\cos \theta = \underline{i} \cdot \underline{j} = 0$, felly $\theta = \frac{\pi}{2}$.

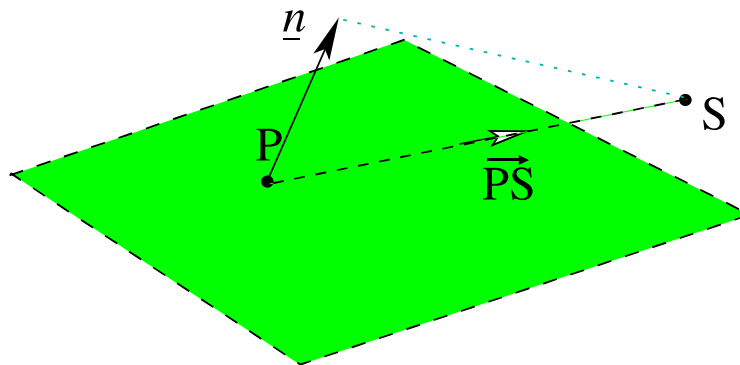
Enghraifft 2.27. Darganfyddwch cosin yr ongl rhwng y planau $x + 6y - 2z = 0$ a $2x - y - 6z = 0$

Sylw: Darganfyddir pellter byrraf pwynt S o blân $ax + by + cz = d$ trwy gymryd pwynt P yn y plân a chyfrifo hyd tafluniad fector $\overrightarrow{PS}$ ar y fector uned normal, sydd â $\underline{n} = a\underline{i} + b\underline{j} + c\underline{k}$, h.y.

$$\Delta = \left| \frac{\overrightarrow{PS} \cdot \underline{n}}{|\underline{n}|} \right|,$$

Sylw: Fel arall, gallwn ehangu'r mynegiad ar gyfer pellter pwynt o linell (§??) i blânau. Rydym yn ysgrifennu cyfesurynnau S fel (x', y', z') ac felly

$$\Delta = \frac{|ax' + by' + cz' - d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$



Enghraifft 2.28. Er mwyn gwirio, nodwch y dylai pellter y pwynt $S:(0,0,1)$ o'r plân $z = 0$ fod yn 1. Os ydym yn cymryd P i fod yn $(0,0,0)$, yna $\overrightarrow{PS} = \underline{k}$. Y fector normal uned i'r plân yw $\underline{n} = \underline{k}$. Felly $\overrightarrow{PS} \cdot \underline{n} = \underline{k} \cdot \underline{k} = 1$ fel sydd i'w ddisgwyl. Fel arall, mae hafaliad y plân yn dweud fod $c = 1$ ac $a = b = d = 0$. Felly, ar gyfer S mae gennym $x' = y' = 0$ a $z' = 1$. Felly $\Delta = \frac{1 \times 1}{\sqrt{1^2}} = 1$.

Enghraifft 2.29. Cyfrifwch bellter y pwynt $(2,-3,4)$ o'r plân $x + 2y + 2z = 13$.