GRPR-RT-9608
février 1996

GNOME : un modèle générique d'objets

Frédéric Labrosse **Jean-Yves Hervé** **Paul Cohen**

Groupe de Recherche en Perception et Robotique

École Polytechnique de Montréal
GRPR - DGEGI
C.P. 6079, succursale Centre-ville
Montréal (Québec) CANADA H3C 3A7

[labrosse,jyh,cohen]@ai.polymtl.ca

Résumé

Ce document présente un modèle générique d'objets dont une version préliminaire avait été introduite dans [Lab95]. GNOME (GeNeric Object ModEl) permet de représenter les objets par leurs attributs (la géométrie, la couleur, la densité, etc.) de façon hiérarchique et topologique d'une part et quantitative d'autre part : chaque attribut est représenté par un arbre de décomposition d'objets-attributs (des objets dans l'espace de représentation des attributs) et par un graphe représentant des relations entre ceux-ci. La quantification des nœuds et des arcs permet de préciser des dimensions, des formes, des valeurs, etc. Enfin, des relations entre les différents attributs, jusqu'alors représentés de façon indépendante, sont introduites. Une comparaison entre GNOME et différents modèles de la littérature est proposée en fin de ce rapport. This report is also available in English under the same technical report number.

Ce travail a été subventionné par la chaire CRSNG-Noranda en automatisation minière.

Publié en février 1996.

GNOME : un modèle générique d'objets

GRPR-RT-9608

Frédéric Labrosse, Jean-Yves Hervé, Paul Cohen
(Groupe de Recherche en Perception et Robotique)

Pour se procurer une copie de ce document, voir à l'adresse électronique suivante :

`http://www.ai.polymtl.ca/`

ou s'adresser au :

Groupe de Recherche en Perception et Robotique
École Polytechnique de Montréal
Pavillon André Aisenstadt — local 5467
Case postale 6079, Succursale Centre-ville
Montréal (Québec) CANADA H3C 3A7

Téléphone : (514) 340-5783
Télécopieur : (514) 340-5802

Table des matières

1 Introduction **2**

2 Notations **2**

3 Le modèle **4**

3.1 La structure 6

3.1.1 L'arbre de décomposition des objets-attributs 6

3.1.2 Les relations entre les objets-attributs de Ω_k 7

3.1.3 Propagation des relations 8

3.1.4 La structure globale 10

3.2 La quantification 10

3.2.1 La quantification d'un objet-attribut $\mathbf{A}$ d'un attribut A_k 11

3.2.2 Propagation des quantifications d'objets-attributs 11

3.2.3 La quantification des relations 12

3.2.4 La quantification de l'objet $\mathbf{O}$ 13

3.3 Les relations inter-attributs 13

4 Un exemple simple **15**

4.1 La structure 15

4.2 La quantification 15

4.3 Les relations inter-attributs 15

5 Comparaison avec d'autres modèles d'objets **18**

5.1 Le modèle de Marr et Nishihara ([Mar82, Nis81]) 18

5.2 Le modèle de Brooks ([Bro81]) 19

5.3 Le modèle de Herman et Kanade ([HK84]) 20

5.4 Le modèle de Allen ([All88]) 21

6 Conclusion **22**

Liste des figures

1 Graphes sur un ou deux ensembles 3

2 Une application 4

3 Un arbre de décomposition et un graphe de relation 7

4 La propagation (vers le bas) de la connexion 10

5 Une voiture à trois niveaux de représentation 16

6 L'arbre de décomposition de la voiture ainsi que les connexions 16

7 La structure de la couleur et la quantification de ses objets-attributs 17

8 Le graphe de la correspondance entre la géométrie et la couleur 17

1 Introduction

Il existe de nombreuses représentations différentes d'un même objet selon la tâche à accomplir avec la représentation et l'agent qui exécute la tâche. Or, dans le domaine de la robotique, les tâches et les agents sont souvent très différents pour un même objet et, de plus, sont amenés à changer, ce qui impose un changement de représentation. Cette observation a motivé le développement d'un modèle générique d'objets (GNOME : GeNeric Object ModEl) qui est indépendant de la tâche et de l'agent. Le présent rapport décrit le modèle en lui-même.

Dans GNOME, les objets sont représentés par leurs attributs qui peuvent être, par exemple, la géométrie, la couleur, la densité ou la température. Pour chaque attribut, une structure arborescente est créée en décomposant hiérarchiquement des *objets-attributs* (des objets définis dans l'espace de représentation de l'attribut considéré). Sur cet arbre, un graphe, représentant des relations entre les objets-attributs, est greffé. Ces relations peuvent être la connexion, la position relative, un ordonnancement, etc. Chaque attribut est donc représenté, indépendamment des autres, par un arbre et un graphe qui constituent une partie topologique du modèle (la *structure*). Une partie quantitative (la *quantification*) est créée en associant aux objets-attributs ainsi qu'aux relations entre ceux-ci une application (au sens mathématique du terme) qui va préciser la forme, la taille, etc., de l'objet représenté. Un dernier graphe est introduit pour représenter les *relations inter-attributs* qui peuvent exister.

Réseau routier (1) : Tout au long du rapport, les concepts décrits vont être introduits par l'exemple d'une représentation, parmi de nombreuses possibles, d'un réseau routier avec son trafic de voitures, ses limites de vitesse, l'état de sa chaussée, etc. Le réseau sera supposé non urbain. Chacune des parties du document appelées « Réseau routier » est une partie de l'exemple.

Représentation (1.a) : Dans les parties du rapport, intitulées « Représentation », le formalisme développé sera appliqué à la partie correspondante de l'exemple.

La section 2 donne un ensemble de notations nécessaires à la description du modèle, celui-ci étant décrit à la section 3. Plus précisément, la structure, la quantification et les relations inter-attributs sont respectivement décrites aux sections 3.1, 3.2 et 3.3. Un second exemple, essentiellement graphique, est donné à la section 4. Enfin, une comparaison entre GNOME et divers modèles de la littérature est proposée à la section 5. Une liste des symboles est donnée en fin de document.

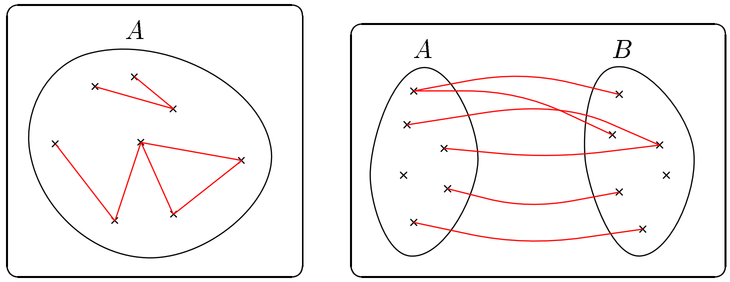
2 Notations

Un *graphe* $\Gamma(A)$ est un ensemble de couples (les arcs) dont les éléments appartiennent à A (figure 1(a)) :

$$\Gamma(A) \subset \{(a_1, a_2) \in A \times A\}.$$

Si le graphe représente une relation r particulière, alors il est noté $\Gamma_r(A)$ et :

$$\Gamma_r(A) = \{(a_1, a_2) \in A \times A \mid r(a_1, a_2)\},$$



(a) Dans un ensemble (b) Entre deux ensembles

Figure 1 : Graphes sur un ou deux ensembles

où $r(a_1, a_2)$ indique que a_1 est en relation avec a_2 suivant la relation r. Un *graphe bipartite*, $\Gamma(A, B)$, est un graphe dont les couples sont formés à partir de $A \times B$ (figure 1(b)) :

$$\Gamma(A, B) \subset \{(a, b) \in A \times B\}.$$

Les graphes introduits jusqu'à présent étaient binaires, c'est à dire que les arcs sont des couples. Un *graphe n-aire* peut aussi être défini comme étant un graphe dont les arcs sont des n-uplets. Ceci permet d'introduire un *graphe n-partite*, $\Gamma(A_1, \cdots, A_n)$, qui est un graphe dont les arcs sont des n-uplets formés à partir de $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$.

Si un graphe Γ doit représenter plusieurs relations, alors il est transformé en un *graphe étiqueté*. Pour cela, une fonction F lui est adjointe (la définition d'une fonction est donnée plus bas). Cette fonction a pour ensemble de départ l'ensemble des arcs et pour ensemble d'arrivée un ensemble d'étiquettes parmi toutes celles possibles et dont l'ensemble est E. Chaque étiquette représente un relation particulière. Alors :

$$F\colon \Gamma \to \mathcal{P}(E),$$

où $\mathcal{P}(E)$ désigne l'ensemble des parties de E[(1)].

Un chemin $\Pi(\Gamma)$ dans le graphe Γ est un ensemble d'arcs de Γ formant une succession de nœuds de Γ :

$$\Pi(\Gamma) = \{(a_i, a_{i+1}) \ i = 0, \cdots, n \mid (a_i, a_{i+1}) \in \Gamma\}.$$

Un arbre $\Theta(A)$ est un graphe défini sur l'ensemble A ayant les propriétés suivantes :

- il est connecté, c'est à dire qu'il y a un chemin entre tout élément a_1 et a_2 de A et
- il n'y a pas de cycle dans le graphe, c'est à dire qu'il n'y a pas de chemin entre un élément a de A et lui-même.

La première [resp. deuxième] projection d'un graphe $\Gamma(A, B)$ est l'ensemble $\mathrm{pr}_1\Gamma$ [resp. $\mathrm{pr}_2\Gamma$] tel que :

$$\forall a \in A, (a \in \mathrm{pr}_1\Gamma) \Leftrightarrow (\exists b \in B \mid (a, b) \in \Gamma)$$
$$[\text{resp. } \forall b \in B, (b \in \mathrm{pr}_2\Gamma) \Leftrightarrow (\exists a \in A \mid (a, b) \in \Gamma)].$$

(1) [Big85] définit un graphe *pondéré* comme étant un graphe avec une fonction de coût de l'ensemble des arcs vers l'ensemble $\mathbb{N}$.

Une *correspondance* de A vers B est tout triplet $\mathrm{C} = (\Gamma, A, B)$ où A et B sont respectivement les ensembles de départ et d'arrivée et Γ est un graphe de A vers B. $\mathrm{pr}_1\Gamma$ est l'ensemble de définition et $\mathrm{pr}_2\Gamma$ est l'ensemble des valeurs (ou image). Par extension (et pour faciliter la notation), $\mathrm{pr}_1\mathrm{C}$ [resp. $\mathrm{pr}_2\mathrm{C}$] sera l'ensemble $\mathrm{pr}_1\Gamma$ [resp. $\mathrm{pr}_2\Gamma$].

Un graphe fonctionnel est un graphe tel que tout élément de l'ensemble de départ a au plus une image dans l'ensemble d'arrivée. Une *fonction* est une correspondance dont le graphe est fonctionnel.

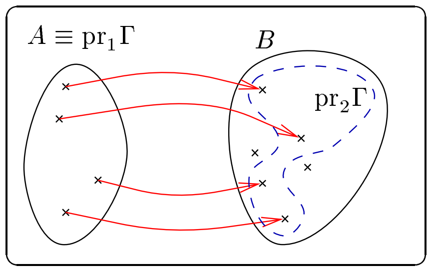


Figure 2 : Une application

Une application $f = (\Gamma, A, B)$ est une correspondance pour laquelle tout élément de l'ensemble de départ a une et une seule image dans l'ensemble d'arrivée (figure 2) :

$$\forall a \in A, \exists! b \in B \mid (a, b) \in \Gamma.$$

L'ensemble des applications de A vers D est noté $\mathcal{F}(A, D)$. Quand les ensembles de départ et d'arrivée ne sont pas spécifiés, $\mathcal{F}$ désigne l'ensemble de toutes les applications.

3 Le modèle

Réseau routier (2) : Notre réseau routier a une géométrie : la longueur, la courbure et la largeur des routes, la disposition de celles-ci les unes par rapport aux autres, etc. Mais le réseau a aussi des attributs qui ne sont pas géométriques. Il a, par exemple, le trafic de voitures en chaque point du réseau ou l'état de la chaussée.

Dans GNOME (« GeNeric Object ModEl »), les objets sont représentés par leurs attributs. Ceux-ci peuvent être la géométrie, la couleur, la température, la densité, etc. Le k-ième attribut est noté A_k. Par définition, A_0 est l'attribut géométrique et il y a N attributs non géométriques.

Réseau routier (3) : Le trafic de voitures dépend de la densité de voitures mais aussi de la vitesse des voitures. De plus, à un point donné du réseau, le trafic varie en fonction de l'heure dans la journée. D'autre part, sur une route donnée, le trafic peut avoir un ou deux sens, suivant que la route est en sens unique ou pas. Une route, du moins en Amérique du nord, peut être orientée « nord-sud » ou « est-ouest ». Cela donne quatre possibilités pour le trafic de voitures (trafic vers le nord, vers le sud, vers l'est ou vers l'ouest). Une possibilité est a ajouter, « pas de trafic » pour indiquer que la route est en sens unique[2]. Le trafic est donc représenté, dans notre exemple, dans un espace à quatre dimensions : une pour la densité, une pour la vitesse, une pour l'heure et une pour la direction.

En chaque point du réseau, il a une valeur du trafic (donc quatre paramètres). Cela donne donc un nuage de points dans notre espace 4-D[3]. Ce nuage, vu de différentes distances, fait apparaître des groupements de points qui correspondent à différents niveaux.

Chaque attribut A_k va être représenté dans un espace qui lui est propre, c'est à dire que l'attribut va prendre ses valeurs, sous forme de points, dans cet espace. Ces points, regroupés suivant différents critères correspondant à différents niveaux, font apparaître des amas qui seront appelés *objets-attributs*. Il y a donc tout un ensemble possible d'objets-attributs pour chaque attribut. Par la suite, le symbole $\mathbf{A}$ sera utilisé pour désigner un objet-attribut générique. Les indices seront omis quand il ne sera pas question d'un attribut en particulier.

Réseau routier (4) : Intéressons nous à la géométrie de notre réseau routier. Dans un premier niveau de représentation, le réseau est décomposé en un ensemble de routes et d'intersections, une route étant délimitée par deux intersections. Ensuite, toujours dans notre représentation particulière, chaque route est décomposée en tronçons de route suivant un critère donné : par exemple, la limite de vitesse.

Un certain nombre de relations vont être représentées, entre les routes et les intersections d'une part et entre les tronçons de routes d'autre part. La première relation est la connexion qui indique donc quelles routes sont connectées à quelles intersections et quel tronçon de route est connecté à quel autre tronçon de route. Quatre autres relations seront les suivantes : « est au nord de », « est au sud de », « est à l'est de » et « est à l'ouest de ».

Un valeur sera associée à chaque route, à savoir sa longueur, et à chaque intersection, à savoir sa position dans un référentiel terrestre. Les tronçons de route seront représentés comme des rubans : une courbe (paramétrique) 3-D dans le référentiel terrestre avec une largeur en chaque point de la courbe[4].

À chaque route va correspondre une valeur du trafic : une valeur moyenne de densité et de vitesse sur toute la journée, et ce pour chaque sens de parcours des routes[5]. À chaque point de la courbe 3-D (celle exprimée dans le référentiel terrestre) des tronçons de routes va correspondre deux valeurs du trafic de voitures[6]. Ces valeurs sont des fonctions du temps.

La représentation $\mathcal{R}$ de l'objet $\mathbf{O}$ est un triplet contenant sa *structure*, sa *quantification* et un graphe exprimant les *relations inter-attributs* de l'objet. Notons que l'objet $\mathbf{O}$ n'est

[2]Ceci aurait pu être représenté par une densité nulle, par exemple. Mais étant donné que le trafic peut varier au cours du temps, il est possible que celui-ci soit nul (densité nulle) durant certaines périodes. Dans ce cas, il est impossible de distinguer un trafic nul à un instant donné d'un trafic qui ne peut exister car la route est en sens unique, ce qui est une information importante à avoir pour planifier une route.

[3]Nous pouvons remarquer que la représentation du trafic ne contient pas les points du réseau routier qui supportent les valeurs de trafic. Ce sont des correspondances qui vont faire la connexion entre l'espace de représentation du trafic et la géométrie du réseau (voir Réseau routier (13)).

[4]Ceci donne une courbe 4-D.

[5]Si la route est en sens unique, un des trafics est nul.

[6]Malgré le fait qu'il n'y ait pas d'intersection sur les routes (elles ont été « éliminées » à l'étape précédente), le trafic n'est pas constant. Par contre, le flux de voitures l'est.

pas un objet-attribut de l'attribut géométrique mais bien l'objet représenté avec *tous* ses attributs.

Nous allons étudier chacun des éléments de ce triplet dans les sections suivantes.

3.1 La structure

Chaque attribut est représenté par un arbre de décomposition hiérarchique des objets-attributs et par un graphe représentant les relations qui existent entre les objets-attributs constituant les nœuds de l'arbre. La structure de l'objet **O** est l'ensemble des arbres et des graphes de tous ses attributs.

3.1.1 L'arbre de décomposition des objets-attributs

Réseau routier (5) : Réseau routier (4) a montré que notre réseau routier se décompose en un ensemble de routes et d'intersections. Chaque route va elle-même se décomposer en tronçons de route. Cette relation de décomposition peut être représentée par un arbre.

Soit **A** un objet-attribut de l'attribut A_k. Cet objet-attribut est décomposé en sous-objets-attributs de ce même ensemble. Ces sous-objets-attributs sont donc les descendants de **A**. Leur ensemble est $\Delta_k(\mathbf{A})$ et ils seront notés **a**. Notons qu'un objet-attribut peut avoir plusieurs, un ou pas de descendants..

Chaque objet-attribut de $\Delta_k(\mathbf{A})$ peut aussi se décomposer en sous-objets-attributs afin d'avoir un niveau de représentation plus fin. Cette relation de décomposition est récursive et peut donc être représentée par un *arbre de décomposition des objets-attributs* $\Theta(\Omega_k)$ dont les nœuds sont des objets-attributs et dont les arcs indiquent la décomposition. L'ensemble de tous les objets-attributs, ou nœuds, de l'arbre est Ω_k.

Si des objets-attributs sont topologiquement (dans le sens de leur forme par opposition à leur taille, par exemple) identiques, alors ils ne seront représentés que par un seul et même objet-attribut dans Ω_k (voir la figure 6).

Plus généralement, tout arc de la relation de décomposition est quantifié par une application qui indique le nombre d'instances de chaque objet-attribut de Ω_k impliquées dans la décomposition.

L'arbre des objets-attributs $\Theta(\Omega_k)$ est donc étiqueté par la fonction :

$$F \colon \Theta(\Omega_k) \to \mathbb{N}. \tag{1}$$

La figure 3 montre un arbre de décomposition d'objets-attributs. Pour plus de clarté, les étiquettes des arcs ne sont pas montrées (les arcs en traits pleins sont expliqués à la section 3.1.2).

Représentation (5.a) : Formalisons l'arbre de décomposition de notre réseau routier. Les descendants, pour l'attribut géométrique, de l'objet-attribut *réseau routier* (R) sont les *routes* (r_k) et les *intersections* (i_l) :

$$\Delta_0(\mathrm{R}) = \{\mathrm{i}_l\} \cup \{\mathrm{r}_k\},$$

où $\{\mathrm{i}_l\}$ signifie l'ensemble de toutes les intersections et $\{\mathrm{r}_k\}$ l'ensemble de toutes les routes. Les descendants d'une route de $\Delta_0(\mathrm{R})$ sont définis comme un ensemble de *tronçons* (t_k) :

$$\Delta_0(\mathrm{r}) = \{\mathrm{t}_k\}.$$

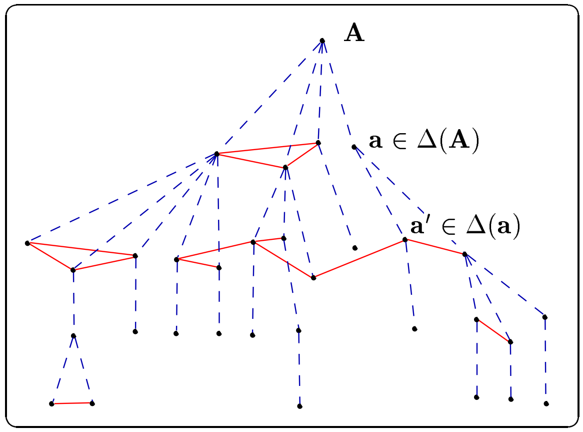


Figure 3 : Un arbre de décomposition et un graphe de relation. Les traits en tirets indiquent la décomposition hiérarchique des objets-attributs tandis que les traits pleins montrent des relations entre objets-attributs (par exemple la connexion).

L'ensemble des objets-attributs est :

$$\Omega_0 = \Delta_0(\mathrm{R}) \bigcup_k \Delta_0(\mathrm{r}_k).$$

3.1.2 Les relations entre les objets-attributs de Ω_k

Réseau routier (6) : Dans la représentation proposée du réseau routier, il a été choisi d'incorporer la connexion ainsi que des relations cardinales (voir Réseau routier 4). Ces relations peuvent être représentées par un graphe dont les nœuds sont les routes, les intersections et les tronçons de routes et dont les arcs indiques les objets-attributs en relation.

Il existe des relations entre les objets-attributs de Ω_k. Ces relations peuvent être la connexion entre objets-attributs, la position relative, etc. Toutes les relations sont représentées par un même graphe $\Gamma(\Omega_k)$ dont les sommets sont les objets-attributs de Ω_k et dont les arcs indiquent les objets en relation. Puisqu'il existe plusieurs relations, les arcs du graphe sont étiquetés pour indiquer quelles relations ils représentent. Si R est l'ensemble des étiquettes représentant les relations, alors une fonction F_k est adjointe au graphe $\Gamma(\Omega_k)$:

$$\mathrm{F}_k \colon \Gamma(\Omega_k) \to \mathcal{P}(R).$$

Comme cela a été montré à la section 3.1.1, les nœuds de l'arbre de décomposition peuvent représenter plusieurs objets-attributs, comme pour l'exemple de la section 4. Les arcs doivent donc inclure une étiquette supplémentaire (un élément de $\mathbb{N}$) qui sert à distinguer les différentes instances de l'objet-attribut. L'équation précédente devient donc :

$$\mathrm{F}_k \colon \Gamma(\Omega) \to \mathcal{P}(R \times \mathbb{N}). \tag{2}$$

Représentation (6.a) : Le graphe représentant les relations entre les objets-attributs de la géométrie est décomposable en différentes parties, chacune correspondant à une relation particulière :

$$\Gamma(\Omega_0) = \Gamma_c(\Omega_0) \cup \Gamma_s(\Omega_0) \cup \Gamma_n(\Omega_0) \cup \Gamma_e(\Omega_0) \cup \Gamma_o(\Omega_0),$$

où Γ_c est le graphe représentant la relation de connexion, Γ_s celui représentant la relation « est au sud de », etc. Le sous graphe représentant les connexions peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned}\Gamma_c(\Omega_0) = \{&(\mathrm{r},\mathrm{i}) \in \Delta_0(\mathrm{R}) \times \Delta_0(\mathrm{R}) \mid \mathrm{r} \text{ est connectée à } \mathrm{i}\} \cup \\ &\{(\mathrm{t}_1,\mathrm{t}_2) \in \Delta_0(\mathrm{r}) \times \Delta_0(\mathrm{r}) \mid \mathrm{r} \in \Delta_0(\mathrm{R}), \mathrm{t}_1 \text{ est connectée à } \mathrm{t}_2\}.\end{aligned}$$

3.1.3 Propagation des relations

Réseau routier (7) : Le réseau routier se décompose, dans notre représentation particulière, en éléments qui sont des routes et des intersections. Ces éléments (en fait uniquement les routes, bien que les intersections auraient aussi pu être décomposées) se décomposent aussi en d'autres éléments qui sont des tronçons de route. Des connexions ont déjà été définies entre les routes et les intersections d'une part et entre les tronçons de route d'autre part. Mais un tronçon de route peut aussi être connecté à une intersection. Ce qui est en effet le cas pour les tronçons qui sont aux extrémités des routes. Des connexions entre les différents niveaux de l'arbre peuvent donc être crées.

Il peut, dans certains cas, être intéressant de *propager* une relation établie entre deux objets-attributs à leurs descendants ou à leurs parents.

Explicitons ceci pour la relation de connexion. Si deux objets-attributs sont connectés, alors leurs parents respectifs, s'ils ne sont pas un seul et même objet-attribut, le sont aussi. De même, il y a, s'il en existe, des (au moins un) descendants de l'un des objets-attributs qui sont connectés à l'autre objet-attribut ainsi qu'à ses (au moins un et s'il en existe) descendants. Formalisons ceci. Mais tout d'abord, il faut introduire quelques notions de parentés, celle de descendance ayant déjà été introduite.

La notion de parenté. $\Delta(\mathbf{A})$, qui a déjà été introduit, définit l'ensemble des sous-objets-attributs qui composent l'objet-attribut $\mathbf{A}$. Autrement dit, $\Delta(\mathbf{A})$ est l'ensemble des descendants de $\mathbf{A}$[7].

En généralisant, $\Delta^i(\mathbf{A})$ est l'ensemble des descendants de $\mathbf{A}$ jusqu'à la i-ème génération. Entre autre, nous avons :

$$\begin{aligned}\Delta^1(\mathbf{A}) &= \Delta(\mathbf{A}), \\ \Delta^{i+1}(\mathbf{A}) &= \Delta^i(\mathbf{A}) \cup \left(\bigcup_{\mathbf{a}\in\Delta^i(\mathbf{A})} \Delta(\mathbf{a}) \right), \quad i \geq 2.\end{aligned}$$

Par extension, $\Delta^\infty(\mathbf{A})$ est l'ensemble de tous les descendants de $\mathbf{A}$ dans la représentation considérée.

Inversement, $\mathbf{P}^i(\mathbf{A})$ est le i-ème parent de l'objet $\mathbf{A}$. Il est lui-même un objet-attribut de Ω. $\mathbf{P}(\mathbf{A})$ est le parent immédiat de $\mathbf{A}$[8]. Par exemple :

$$\begin{aligned}\mathbf{P}^0(\mathbf{A}) &= \mathbf{A}, \\ \mathbf{P}^1(\mathbf{A}) &= \mathbf{P}(\mathbf{A}), \\ \mathbf{P}^2(\mathbf{A}) &= \mathbf{P}(\mathbf{P}(\mathbf{A})).\end{aligned}$$

[7] Quand $\mathbf{A}$ appartient à un attribut A_k particulier, cet ensemble est noté $\Delta_k(\mathbf{A})$.
[8] Quand $\mathbf{A}$ appartient à un attribut A_k particulier, le parent est noté $\mathbf{P}_k(\mathbf{A})$.

D'autre part, $\mathbf{P}^i(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2)$ sera le i-ème parent commun à $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$. Notamment, $\mathbf{P}^1(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2)$ est le premier parent commun à $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$.

Les connexions propagées. Soit $\mathbf{A}$ un objet-attribut et soient $\mathbf{a}_1$ et $\mathbf{a}_2$ deux objets-attributs de $\Delta(\mathbf{A})$. Si $\mathbf{a}_1$ et $\mathbf{a}_2$ sont connectés, alors, s'ils ont des descendants, il en est parmi eux qui sont aussi connectés :

$$\left.\begin{array}{r}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) \in \Gamma_{cn} \\ \Delta^\infty(\mathbf{a}_1) \neq \emptyset \\ \Delta^\infty(\mathbf{a}_2) \neq \emptyset\end{array}\right\} \Rightarrow \exists(\mathbf{a}'_1, \mathbf{a}'_2) \in \Delta^\infty(\mathbf{a}_1) \times \Delta^\infty(\mathbf{a}_2) \mid (\mathbf{a}'_1, \mathbf{a}'_2) \in \Gamma_{cp},$$

où Γ_{cn} désigne le graphe des connexions « naturelles » (déjà existantes) et Γ_{cp} désigne le graphe représentant les connexions propagées.

Écrivons la réciproque. Soient $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$ deux objets-attributs de Ω. Si ces deux objets-attributs ont des parents communs, alors le premier d'entre eux ($\mathbf{P}(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2)$) est le i-ème parent de $\mathbf{A}_1$ ($\mathbf{P}^i(\mathbf{A}_1)$) et le j-ème parent de $\mathbf{A}_2$ ($\mathbf{P}^j(\mathbf{A}_2)$) :

$$\mathbf{P}^1(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2) \equiv \mathbf{P}^i(\mathbf{A}_1) \equiv \mathbf{P}^j(\mathbf{A}_2).$$

Alors une condition nécessaire pour que les objets $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$ soient connectés (par la connexion propagée) est :

$$(\mathbf{P}^{i-1}(\mathbf{A}_1), \mathbf{P}^{j-1}(\mathbf{A}_2)) \in \Gamma_{cn}(\mathbf{P}^1(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2)). \tag{3}$$

Évidemment, i et j sont tous deux strictement supérieurs à 1. En effet, si $i = j = 1$, alors $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$ ont le même parent et leur connexion éventuelle est probablement déjà définie par les connexions naturelles.

Si la condition (3) n'est pas remplie (ce qui est le cas pour les objets-attributs $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_3$ de la figure 4), alors les objets-attributs ne peuvent pas avoir de connexion propagée entre eux.

Si $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$ sont liés par une connexion propagée, alors toutes les paires de eux-mêmes et de leurs parents respectifs jusqu'à leur parent commun sont aussi liés par une connexion propagée :

$$(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2) \in \Gamma_{cg} \Rightarrow \forall(k, l) \in [0\,; i-1] \times [0\,; j-1] \setminus \{(0,0), (i-1, j-1)\} \quad (\mathbf{P}^k(\mathbf{A}_1), \mathbf{P}^l(\mathbf{A}_2)) \in \Gamma_{cg}.$$

La figure 4 montre un exemple de propagation vers le bas de la connexion.

Représentation (7.a) : Un tronçon de route est connecté à une intersection si la route dont le tronçon est un descendant est connectée à l'intersection. D'autre part, si une route est connectée à une intersection, alors il y a certainement un tronçon de cette route qui est connecté à l'intersection.

Les relations peuvent donc être propagées, si elles s'y prêtent, vers les descendants ou les parents des objets-attributs en relation. Cela est utile dans de nombreux cas, par exemple quand :

- la relation n'a pas été établie entre deux objets-attributs et il faut vérifier si elle peut l'être ;
- la quantité d'information à stocker doit être limitée et, donc, est extraite au besoin.

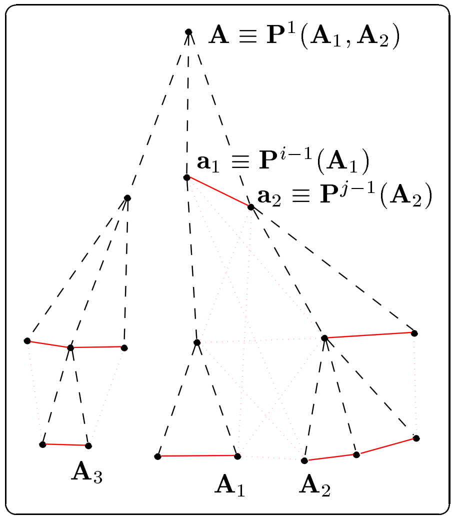


Figure 4 : La propagation (vers le bas) de la connexion. Les traits pleins indiquent les connexions établies tandis que les traits en pointillés montrent les connexions propagées. Les connexions ont été propagées jusqu'aux objets-attributs $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$ car un parent de l'un est connecté à un parent de l'autre. Par contre, aucune connexion n'a été propagée entre les objets-attributs $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_3$ car aucun parent du premier n'est connecté à aucun parent du second.

3.1.4 La structure globale

La structure globale ${}^{\mathcal{R}}\mathcal{S}(\mathbf{O})$ de l'objet physique $\mathbf{O}$ dans la représentation $\mathcal{R}$ est composée de l'ensemble des arbres de décomposition des objets-attributs et de l'ensemble des graphes de relations entre les objets-attributs de tous les attributs :

$${}^{\mathcal{R}}\mathcal{S}(\mathbf{O}) = \left(\bigcup_{k \in [0\,;N]} \Theta(\Omega_k), \bigcup_{k \in [0\,;N]} \Gamma(\Omega_k) \right).$$

3.2 La quantification

Réseau routier (8) : Il faut spécifier des dimensions pour notre réseau routier, mais aussi des valeurs de trafic, des limites de vitesses, des états de la chaussée, etc. Pour la géométrie, par exemple, spécifier des dimensions se fait en donnant les longueurs des routes, les positions des intersections, etc.

La quantification de l'objet $\mathbf{O}$ représenté est composée d'un ensemble d'applications qui quantifient les objets-attributs des différents attributs de $\mathbf{O}$ et d'un ensemble d'applications qui quantifient les relations entre ces objets-attributs. La quantification d'un objet-attribut d'un attribut particulier est présentée à la section 3.2.1 tandis que celle des relations entre objets-attributs l'est à la section 3.2.3.

3.2.1 La quantification d'un objet-attribut **A** d'un attribut A_k

Réseau routier (9) : Dans notre représentation, chaque route a une longueur et chaque intersection une position absolue. Chaque tronçon de route est représenté par un ruban, soit une courbe paramétrique représentant la géométrie du tronçon dans le référentiel terrestre et la largeur du ruban en chaque point de la courbe.

La quantification d'un objet-attribut **A** est une application notée $\mathrm{Q}_k(\mathbf{A})$: $\mathrm{Q}_k(\mathbf{A}) \in \mathcal{F}$. Elle peut être notée comme Q_k si aucune confusion n'est possible.

Représentation (9.a) : Une route est simplement quantifiée par une application constante qui se réduit au réel L, la longueur de la route.

De la même manière, une intersection est quantifiée par une application constante qui donne un triplet de $\mathbb{R}^3$, (x, y, z), la position de l'intersection.

Un tronçon de route est quantifié par une courbe paramétrique (de paramètre s, l'abscisse curviligne, dans l'intervalle réel $[0\,; L]$, L étant la longueur du tronçon de route) qui donne la position de chaque point du tronçon (x, y et z) et la largeur l du ruban en chaque point :

$$\mathrm{Q}_0(\mathrm{t}) = (\Gamma, [0\,; L], \mathbb{R}^4).$$

Le graphe associe à chaque valeur de s un quadruplet (x, y, z, l) :

$$\begin{aligned} \mathrm{Q}_0(\mathrm{t})\colon [0\,; L] &\to \mathbb{R}^4 \\ s \in [0\,; L] &\mapsto (x, y, z, l). \end{aligned}$$

Il est possible que l'objet-attribut **A** ait lui-même des descendants qui peuvent être quantifié. La section 3.2.2 va montrer que $\mathrm{Q}_k(\mathbf{A})$ n'est pas indépendant des $\mathrm{Q}_k(\mathbf{a})$, $\mathbf{a} \in \Delta_k(\mathbf{A})$.

3.2.2 Propagation des quantifications d'objets-attributs

Réseau routier (10) : L'information de longueur d'une route est contenue dans les courbes paramétriques des tronçons de route : c'est la somme des longueurs des courbes projetées dans le référentiel terrestre (sans la coordonnée de largeur du tronçon). De même, la longueur totale du réseau routier s'obtient en sommant la longueur de toutes les routes le composant tandis que sa superficie est l'aire de l'enveloppe convexe des intersections du réseau (dans une première approximation).

Dans la hiérarchie d'un attribut donné, une information quantitative similaire entre deux niveaux consécutifs doit pouvoir être retrouvée. Cela veut dire que l'information représentée par la quantification d'un objet-attribut à un niveau donné doit être contenue dans l'information représentée par les quantifications de ses descendants. Cela ne veut pas dire que l'information doit se retrouver sous la même forme aux deux niveaux, mais que celle du niveau grossier doit pouvoir être extraite à partir de celle du niveau le plus fin. Autrement dit, la quantification d'un objet-attribut **A** doit pouvoir être exprimée en fonction des quantifications des objets-attributs **a** de $\Delta(\mathbf{A})$.

Une application Q_p représentant cette quantification propagée pour l'objet-attribut **A** peut donc être extraite. Son ensemble de départ est l'ensemble des valeurs prises par les applications des sous-objets-attributs **a**. Son ensemble d'arrivée représente les «valeurs» possibles de l'objet-attribut **A** :

$$\mathrm{Q}_{p,k}(\mathbf{A}) \in \mathcal{F}\left(\bigcup_{\mathbf{a}\in\mathbf{A}} \mathrm{pr}_2\mathrm{Q}_k(\mathbf{a}), A\right),$$

où $\mathrm{Q}_{p,k}$ est une quantification propagée pour l'attribut A_k.

Représentation (10.a) : Le réseau complet va être quantifié par sa longueur totale L. C'est la somme des longueurs de toutes les routes le composant :

$$\mathrm{Q}_0(\mathrm{R}) = (\Gamma, \mathtt{L}, \mathbb{R}),$$

où $\mathtt{L}$ est une entité représentant la longueur totale du réseau (voir Représentation 9.a). Le graphe Γ est décrit par :

$$L = \sum_{\mathrm{r}\in\Delta(\mathrm{R})} l(\mathrm{r}),$$

où $l(\mathrm{r})$ est la longueur d'une route :

$$l(\mathrm{r}) \in \mathrm{pr}_2\mathrm{Q}_0(\mathrm{r}).$$

3.2.3 La quantification des relations

Réseau routier (11) : Toutes les relations introduites jusqu'alors sont qualitatives. Mais il peut exister des relations quantitatives comme par exemple la plus courte distance, en suivant les routes, entre deux intersections. Cette relation, en plus d'être représentée par le graphe des relations (Réseau routier 6), doit être quantifiées.

Les relations entre objets-attributs de Ω_k sont quantifiables (mais pas nécessairement, si la relation est qualitative, par exemple) en leur adjoignant une application. Mais celle-ci ne doit pas être la même pour toutes les instances de la relation. Par exemple, la relation «est à x mètres de» où x est le quantificateur de la relation peut être appliquée à tous les objets-attributs de Ω_k avec une quantification différente pour chaque arc. Cela implique que chaque arc est étiqueté par un ensemble de triplets formés d'un élément de R, l'ensemble des étiquettes de relations, d'un élément de $\mathbb{N}$, pour distinguer les éventuels multiples objets-attributs représentés par un seul nœud (équation (2)) et d'un élément de l'ensemble des applications. La fonction d'étiquetage F_k du graphe des relations entre objets-attributs de Ω_k s'écrit donc :

$$\mathrm{F}_k\colon \Gamma(\Omega_k) \to \mathcal{P}(R \times \mathbb{N} \times \mathcal{F} \cup \{\emptyset\}). \tag{4}$$

Dans l'équation précédente, $\mathcal{F} \cup \{\emptyset\}$ permet de tenir compte des relations qui ne sont pas quantifiée.

Représentation (11.a) : Il faut donc ajouter au graphe des relations (Représentation 6.a) les arcs représentant la relation de distance entre intersections. D'autre part, l'application suivante est associée au graphe des relations :

$$\mathrm{F}_0\colon \Gamma(\Omega_0) \to \mathcal{P}(\{c, n, s, e, o, d\} \times \mathcal{F} \cup \{\emptyset\}),$$

où $\{c, n, s, e, o, d\}$ est l'ensemble des étiquettes représentant les diverses relations de l'attribut géométrique. Dans l'équation précédente, l'ensemble $\mathbb{N}$ de l'équation (4) n'est pas présent car chaque nœud de l'arbre de décomposition de la géométrie ne représente qu'un seul objet-attribut géométrique. À chaque arc du graphe représentant la connexion, l'application F_0 fait correspondre $(c, \emptyset)$, la relation étant qualitative. L'application fait correspondre des couples similaires aux arcs représentant les quatre relations cardinales ≪est au nord de≫, ≪est au sud de≫, etc. Aux arcs représentant la relation de distance, l'application F_0 fait correspondre (d, D) où D est l'application donnant la distance entre deux intersections :

$$\mathrm{D} = (\Gamma, \{\mathtt{D}\}, \mathbb{R}),$$

où $\mathtt{D}$ est l'entité représentant la distance et Γ associe à $\mathtt{D}$ la valeur de la distance.

3.2.4 La quantification de l'objet O

La quantification globale ${}^{\mathcal{R}}\mathcal{Q}(\mathbf{O})$ de l'objet physique $\mathbf{O}$ dans la représentation $\mathcal{R}$ est composée de l'ensemble des quantifications de tous les objets-attributs de tous les attributs de $\mathbf{O}$ et de l'ensemble des quantifications des relations entre les objets-attributs de tous les attributs :

$${}^{\mathcal{R}}\mathcal{Q}(\mathbf{O}) = \left(\bigcup_{\substack{k \in [0\,;N] \\ \mathbf{A} \in \Omega_k}} \mathrm{Q}_k(\mathbf{A}), \bigcup_{k \in [0\,;N]} \mathrm{F}_k \right).$$

3.3 Les relations inter-attributs

Réseau routier (12) : Quand une personne conduit un véhicule sur un réseau routier, elle anticipe[(9)]. Il faut donc savoir ce qui vient après l'endroit où le véhicule se trouve sur le réseau. Pour cela, les relations ≪est au nord de≫, ≪est au sud de≫, ≪est à l'est de≫ et ≪est à l'ouest de≫ peuvent être exprimées entre les tronçons de route et les objets des différents attributs. Ainsi, si le lieu où est le véhicule et la direction de son déplacement sont connus, alors le trafic ou l'état de la chaussée des prochains lieux traversés peuvent être connus.

Des relations portant sur les objets-attributs d'un attribut donné ont déjà été définies. Il faut aussi définir des relations inter-attributs. En effet, bien que les attributs aient été représentés indépendamment les uns des autres, ceux-ci ne sont pas indépendants. Une relation intéressante exprime des correspondances entre des objets-attributs, des applications de quantifications d'objets-attributs ou des valeurs de ces applications d'attributs différents. Elle sert à dire, par exemple, qu'une partie d'un objet est rouge tandis qu'une autre est bleue ou à donner l'équation de la densité des différentes parties d'un objet.

Réseau routier (13) : Il faut, par exemple, être capable de dire la valeur du trafic sur une route à un niveau grossier et en chaque point d'un tronçon de route à un niveau plus fin (voir Réseau routier (3) et (4)). Ceci est aussi valable pour l'état de la chaussée. Quand cet état est connu, il faut savoir quelle est la ≪roulabilité≫, un attribut qui donnerait la vitesse maximale à laquelle un véhicule peut rouler selon l'état de la chaussée et la géométrie

(9)Non, ceci n'est pas un manuel de conduite !

de la route mais sans tenir compte des limitations de vitesse. Il faut donc mettre en correspondance les points des routes avec des valeurs de trafic et des états de la chaussée ainsi que les états de la chaussée et les points des routes avec des valeurs de roulabilité.

Les relations inter-attributs entre deux attributs sont donc représentées par un graphe bipartite. Les deux ensembles à partir desquels les couples de sommets du graphe sont construits contiennent les objets-attributs, les quantifications de ces objets-attributs ainsi que l'ensemble des valeurs prises par ces quantifications et, ce, pour les deux attributs. L'ensemble des valeurs quantitatives prises par l'attribut A_k est noté V_k :

$$\mathrm{V}_k = \bigcup_{\mathbf{A} \in \Omega_k} \mathrm{pr}_2 \mathrm{Q}_k(\mathbf{A}).$$

De même, l'ensemble des quantifications de tous les objets-attributs de Ω_k est noté Ξ_k :

$$\Xi_k = \{\mathrm{Q}_k(\mathbf{A}) \mid \mathbf{A} \in \Omega_k\}.$$

Le graphe Γ_{ij} représentant les relations inter-attributs entre les deux attributs A_i et A_j s'écrit donc :

$$\Gamma_{ij} = \Gamma(\Omega_i \cup \Xi_i \cup \mathrm{V}_i \, , \, \Omega_j \cup \Xi_j \cup \mathrm{V}_j),$$

avec $i \neq j$. Comme toutes les relations déjà décrites, les relations inter-attributs peuvent être quantifiées (les relations exprimant les correspondances sont qualitatives). Un graphe étiqueté est donc construit avec le graphe Γ_{ij} précédent en lui adjoignant la fonction F_{ij} suivante :

$$\mathrm{F}_{ij} \colon \Gamma_{ij} \to \mathcal{P}(R_{ij} \times \mathbb{N} \times \mathcal{F} \cup \{\emptyset\}), \tag{5}$$

où R_{ij} est l'ensemble des étiquettes des relations entre l'attribut i et l'attribut j et où $\mathbb{N}$ est là pour la même raison que dans l'équation (2).

L'ensemble de tous les graphes exprimant toutes les relations inter-attributs pour toutes les paires d'attributs de l'objet $\mathbf{O}$ dans la représentation $\mathcal{R}$ est notée ${}^{\mathcal{R}}\mathcal{I}(\mathbf{O})$:

$${}^{\mathcal{R}}\mathcal{I}(\mathbf{O}) = \bigcup_{\substack{i,j=0,N \\ i \neq j}} \Gamma_{ij}.$$

Remarquons que ${}^{\mathcal{R}}\mathcal{I}(\mathbf{O})$ est un graphe multi-partite. Pour quantifier les relations inter-attributs, ce graphe est étiqueté avec la fonction F qui s'écrit :

$$\mathrm{F} \colon {}^{\mathcal{R}}\mathcal{I}(\mathbf{O}) \to \mathcal{P}(R \times \mathbb{N} \times \mathcal{F} \cup \{\emptyset\}), \tag{6}$$

où R est l'ensemble des étiquettes de toutes les relations inter-attributs entre tous les attributs de $\mathbf{O}$.

La fonction décrite dans (6) est en fait la « réunion » des fonctions (5) pour toutes les paires d'attributs dans le sens où l'ensemble de départ de la première est la réunion des ensembles de départ des secondes tandis qu'elles partagent toutes le même ensemble d'arrivée.

Un remarque supplémentaire doit être faite. Il n'a été question ici que de relations inter-attributs entre *deux* attributs. Toutefois, des relations entre plus que deux attributs sont possibles et leur définition est très semblable à celle des relations entre deux attributs.

4 Un exemple simple

Afin d'illustrer GNOME, un exemple simple (et essentiellement graphique) est proposé. Il s'agit de représenter une voiture pour une tâche de reconnaissance, par exemple. Deux attributs sont représentés, à savoir la géométrie et la couleur selon trois niveaux de détails qui sont montrés à la figure 5.

4.1 La structure

Intéressons-nous d'abord à la structure de la géométrie. La voiture est représentée par un parallélépipède rectangle (pr_1) à un niveau, se décompose en deux parallélépipèdes rectangles (pr_2 pour le corps et pr_3 pour l'habitacle) et quatre cylindres (un pour chaque roue). Mais les roues étant toutes identiques (à leur position près), elles ne seront représentées que par un seul objet-attribut (c_1) dans $\Delta_k(\mathbf{A})$. Ainsi, l'arc de décomposition qui lie pr_1 à c_1 sera quantifié par la valeur 4 (voir la figure 6). L'objet-attribut (de l'attribut géométrique) ≪roue≫ se décompose lui-même en une jante, représentée par un cylindre (c_2), et un pneu, représenté par un tore (t) tandis que l'habitacle se décompose aussi en un parallélépipède rectangle (pr_4) et deux prismes triangulaires (pt_1 et pt_2). La figure 6 montre les différents objets-attributs de la géométrie ainsi que les relations de décomposition et de connexion.

Les objets-attributs de la couleur vont être des points dans l'espace RGB. Il va y avoir un point par couleur représentée sur la voiture. La couleur des roues au niveau grossier est une ≪moyenne ≪ de la couleur du pneu et de la jante. Il en est de même pour la couleur du parallélépipède rectangle représentant la voiture au niveau le plus grossier. La structure correspondante est montrée à la figure 7(a). Il n'y a pas d'autre relation que celle de décomposition.

4.2 La quantification

La quantification des objets-attributs de la géométrie se fait en associant aux parallélépipèdes rectangles, cylindres, prismes triangulaires et tores une application qui spécifie leurs dimensions. Par exemple, pour un parallélépipède rectangle, l'application peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathrm{Q}(pr) \colon \{(\mathtt{L}, \mathtt{l}, \mathtt{h})\} &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (\mathtt{L}, \mathtt{l}, \mathtt{h}) &\mapsto (L, l, h), \end{aligned} \tag{7}$$

où `L`, `l` et `h` sont les entités représentant les dimensions du parallélépipède rectangle et L, l et h sont les dimensions.

Quantifier les objets-attributs de la couleur revient à les placer dans un espace RGB (voir la figure 7(b)).

4.3 Les relations inter-attributs

Une seule relation inter-attribut est représentée : la correspondance entre la géométrie et la couleur. Elle indique la couleur des différents parties géométriques en associant à chaque objet-attribut de la géométrie un objet-attribut de la couleur. Le graphe représentant cette relation est montrée à la figure 8.

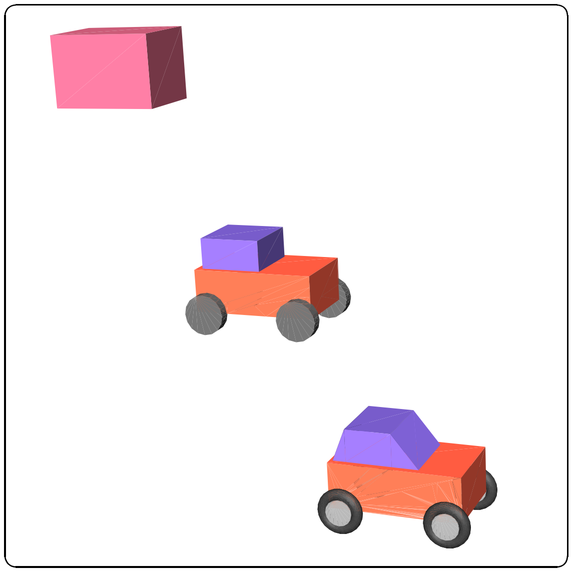


Figure 5 : Une voiture à trois niveaux de représentation

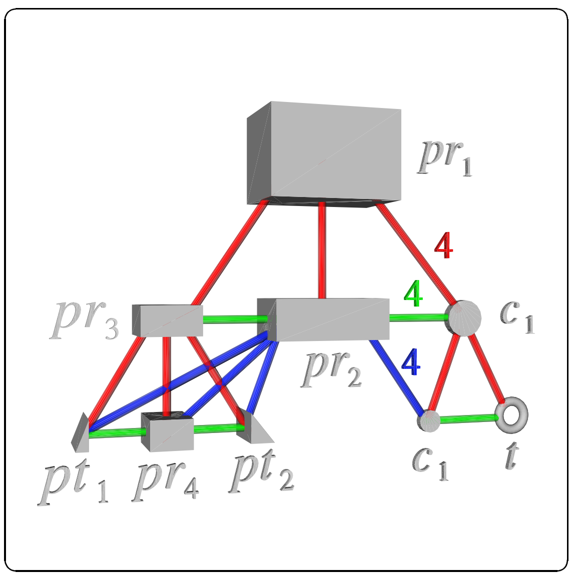
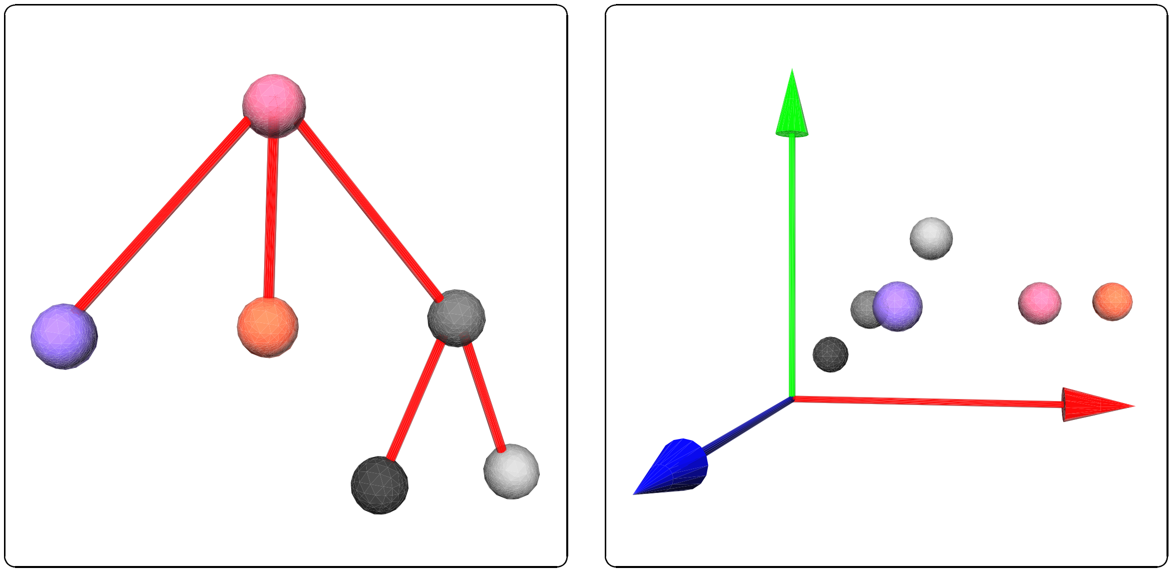


Figure 6 : L'arbre de décomposition de la voiture ainsi que les connexions. La décomposition est indiquée par les arcs rouges, tandis que la connexion est représentées par les arcs verts et bleus. Les arcs bleus relient des objets-attributs de niveaux différents et, à ce titre, peuvent être des connexions propagées à partir des arcs verts. Les chiffres « 4 » indiquent le nombre d'objets-attributs sur lesquels porte la relation, comme décrit aux équations (1) et (4) (pour plus de clarté, les chiffres « 1 » des autres arcs ne sont pas portés sur le dessin).



(a) La structure de la couleur

(b) La quantification des objets-attributs de la couleur

Figure 7 : La structure de la couleur et la quantification de ses objets-attributs

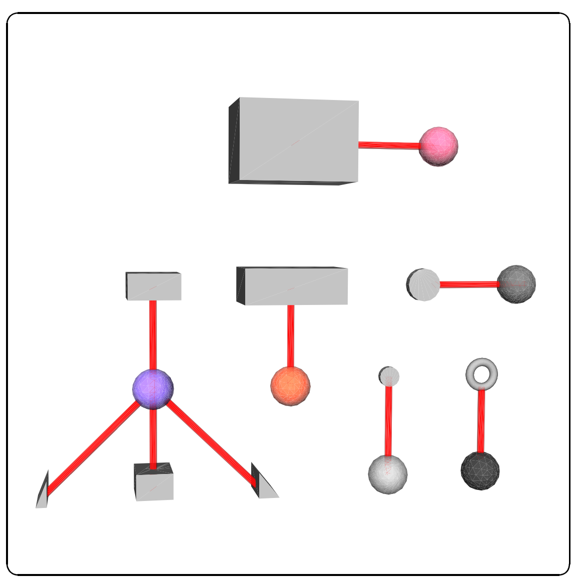


Figure 8 : Le graphe de la correspondance entre la géométrie et la couleur

5 Comparaison avec d'autres modèles d'objets

Une comparaison entre divers modèles de la littérature et GNOME est maintenant proposée. Les modèles sont ceux de Marr et Nishihara ([Mar82, Nis81]), de Brooks ([Bro81]), de Herman et Kanade ([HK84]) et Allen ([All88]).

Tous ces modèles ne représentent que la géométrie des objets. GNOME, lui, représente cette géométrie mais aussi d'autres attributs, non géométriques, des objets.

5.1 Le modèle de Marr et Nishihara ([Mar82, Nis81])

Ce modèle utilise comme primitive de représentation des cônes généralisés. Un système de coordonnées est associé à chaque cône. Le *modèle 3-D* d'un objet est composé de deux parties : le première est l'*axe du modèle*, autrement dit un cône indiquant la forme et l'orientation grossière de l'objet, tandis que la seconde est formée des *axes des composants* de l'objet, autrement dit un ensemble de cônes, chacun indiquant la forme et l'orientation grossière des différents composants de l'objet. Les composants de l'objet doivent être de tailles similaires. Chaque composant est lui-même un objet et peut donc avoir un modèle 3-D. Les axes des composants sont positionnés par rapport à l'axe du modèle ou par rapport à un des axes de composants (celui-ci est alors l'*axe principal* et est choisi comme celui rencontrant ou étant le plus proche du plus grand nombre d'axes de composants et est positionné par rapport à l'axe du modèle). La taille des composants est aussi donnée relativement à celle de l'axe du modèle. Les positions et tailles peuvent être données précisément ou de manière inexacte afin d'avoir une structure d'objet qui peut varier.

Il a donc une structure d'arbre de décomposition qui est tout à fait semblable à celle de GNOME. Toutefois, les nœuds de l'arbre *sont* des cônes généralisés (avec un référentiel qui leur est associé), ce qui regroupe les notions de structure et de quantification de GNOME (voir les sections 3.1 et 3.2). D'autre part, il n'y a qu'une primitive de représentation possible[(10)]. Une relation entre objets (ou plus précisément entre composants d'objet) est représentée dans le modèle de Marr et Nishihara : la position spatiale relative. Cette relation est quantifiée de la même manière qu'elle peut l'être dans GNOME (sans pour autant parler d'application). Toutefois, la relation ne s'applique qu'à des composants d'un même objet et elle n'est donc pas propagée entre les différents niveaux de l'arbre (voir la section 3.1.3). Ceci fait apparaître une différence entre les deux modèles car, dans celui de Marr et Nishihara, l'objet et ses composants sont au même niveau dans l'arbre, tandis que dans GNOME ils sont à des niveaux différents. Il y a plusieurs façons d'exprimer ce positionnement (c'est à dire entre un objet-attribut et ses descendants, pour utiliser la terminologie de GNOME) dans GNOME. Par exemple, la relation peut être propagée (voir la section 3.1.3) entre un objet-attribut (de l'attribut géométrique) et ses descendants. Il est aussi possible de quantifier les descendants d'un objet-attribut en leur associant une primitive (ici un cône généralisé) dont l'équation est exprimée dans le référentiel lié à l'objet-attribut (lors de sa quantification).

Dans le modèle de Marr et Nishihara, chaque partie d'une représentation (*description* dans leur terminologie) est un modèle 3-D complètement auto-suffisant. Cela veut dire qu'un processus (de reconnaissance dans ce cas) utilisant cette représentation n'a à manipuler

(10) Marr ([Mar82]) parle d'une extension possible du modèle vers des primitives de surface.

qu'une petite partie à la fois. Dans GNOME, cela peut aussi être le cas, chaque partie étant un sous-ensemble de Ω_0 (ou Ω_k plus généralement) correspondant à un niveau d'une branche de Θ_0 (ou Θ_k) avec le sous-graphe des relations correspondantes(11).

5.2 Le modèle de Brooks ([Bro81])

Dans son système ACRONYM, Brooks utilise un modèle d'objets constitué de deux graphes : le *graphe des objets* et le *graphe des restrictions*. Ce modèle ne s'intéresse qu'à la géométrie des objets.

Le graphe des objets contient les descriptions volumétriques des objets ainsi que les relations spatiales entre les différentes parties des objets. Les nœud du graphe sont des objets ou des parties d'objets. Les objets sont représentés géométriquement par des cylindres généralisés. Dans GNOME, il n'y a pas de primitive géométrique de représentation prédéterminée ; des primitives différentes peuvent cohabiter. Elles sont définies par les quantifications des objets-attributs (section 3.2.1) notamment à l'aide d'équations paramétriques. Les arcs (directionnels) du graphe expriment les relations de *sous-partie* et de *transformation* (« affixment »). Le sous-graphe du graphe des objets défini par la relation de sous-partie est un arbre arrangé en une hiérarchie de niveaux de détails des objets. La relation de sous-partie indiquant la connexion entre objets, cet arbre ne correspond pas à l'arbre de *décomposition* (hiérarchique) des objets(-attributs) a différents niveaux (par exemple de détail) de GNOME mais plutôt au sous-graphe du graphe des relations entre objets-attributs construit à partir des descendants d'un objet-attribut et ne représentant que la connexion. La hiérarchie ne se fait donc pas de la même manière dans le modèle de ACRONYM et dans GNOME. Dans le premier, il est seulement question de niveau de détail alors que dans le second il est question de décomposition (ou de « globalisation » si le problème est regardé dans l'autre sens). D'autre part, dans GNOME, il peut exister des connexions circulaires.

Chaque objet a un repère qui lui est associé. Les arcs de transformation relient les repères des objets. La transformation est une relation possible de GNOME : « Applique la translation t et la rotation r pour passer de tel objet-attribut à tel autre » où les valeurs de t et r font partie de la quantification de la relation.

Chaque entité manipulée dans le modèle de ACRONYM a des cases (« slots ») dont le contenu sert à la quantifier. Ainsi, un objet a des cases pour quantifier le cylindre qui le représente. Les relations de sous-partie et transformation ont une case qui indique la quantité d'objets concernés. Par exemple, un avion a deux ailes. Il y a donc un arc de sous-partie entre l'objet *corps d'avion* et l'objet *aile d'avion* avec la quantité 2 (les deux ailes étant identiques). Quand une transformation s'applique à plusieurs objets (quantité supérieure à 1), alors un indice, dont la valeur est limitée par la quantité, sert à exprimer les différentes transformations. Le même processus est fait dans GNOME (voir la section 3.1.1 et l'équation (1) ainsi que, pour un exemple, l'équation (7)).

Si le contenu des différentes cases a la possibilité de varier, alors cela définit une classe *objet* plutôt qu'un objet particulier, une classe *sous-partie* ou une classe *transformation*. Les cases vont donc être remplies avec des quantificateurs. Ensuite, des contraintes sur les

(11)Cela peut aussi inclure une partie de la structure d'autres (ou de tous les autres) attributs que celui traité si le processus les utilises.

quantificateurs sont posées afin de définir une classe. Si d'autres contraintes sont ajoutées, alors une sous-classe est définie. Ceci permet une variation en taille avec les quantificateurs des cylindres, en structure avec les quantités associées aux arcs sous-partie et transformation et en relations spatiales avec les quantificateurs des transformations.

Le graphe des restrictions décrit les classes d'objets. Chaque nœud de ce graphe est une classe d'objet, c'est à dire un ensemble de contraintes sur les quantificateurs des instances de cette classe. Les arcs (orientés) de ce graphe indiquent la spécialisation d'une sous-classe par rapport à une classe, c'est à dire l'ajout de contraintes.

GNOME n'a pas, de façon explicite, un moyen d'avoir des classes et donc des instances. Toutefois, des variations de taille, de relations spatiales (et même de relations quelconques) et de structure sont possibles. En effet, la quantification des objets-attributs peut donner une valeur exacte, ce qui correspond à une instance d'une classe de ACRONYM, ou seulement une contrainte, sous la forme d'un intervalle, d'un ensemble de valeurs, d'une distribution de probabilité, etc. Ceci donne la variation de taille. Les relations peuvent être quantifiées de la même manière, en particulier les relations de transformation. Ceci donne la variation des relations spatiales. Pour ce qui est de la variation de la structure, elle se fait en quantifiant la relation de décomposition avec une valeur qui indique le nombre d'instances de l'objet-attribut (voir la section 3.1.1). Cette valeur peut être «exacte», pour une structure rigide, ou contrainte (par un intervalle, une distribution de probabilité, etc.), pour une structure variable. Bien évidemment, si la structure est variable, alors il faut que les relations impliquant les objets-attributs dont la quantité est variable soient quantifiée avec un indice indiquant à quel objet-attribut s'applique la relation (équation (2)).

5.3 Le modèle de Herman et Kanade ([HK84])

MOSAIC est un système de reconstruction de scènes urbaines. Les objets modélisés dans ce système sont donc des bâtiments, à savoir des polyèdres, donc des objets faits de faces, de cotés et de sommets. Le modèle développé pour MOSAIC est fait d'un graphe de primitives symboliques, tels que des faces, des cotés et des sommets, avec leur topologie et leur géométrie. Plus précisément, les nœuds du graphe sont de deux types. D'une part, des primitives topologiques, à savoir des faces, des cotés, des sommets et des groupes de cotés appartenant à une même face, donnent la structure des objets (la scène). D'autre part, des primitives géométriques, à savoir des plans, des droites et des points, quantifient les primitives topologiques et donc les objets. Les arcs du graphe sont aussi de deux types. Les arcs «fait de» représentent la décomposition de primitives topologiques en d'autres primitives topologiques(12). Les arcs de contrainte géométrique lient les nœuds géométriques aux nœuds topologiques pour quantifier ces derniers. Les nœuds représentant des faces, des cotés et des sommets sont étiquetés comme *confirmé* ou *non confirmé* suivant que l'élément représenté par le nœud a été dérivé directement de l'image ou simplement supposé.

Il y a donc, comme dans GNOME, une hiérarchie créée par la décomposition des objets. Toutefois, elle est, ici, figée de par la nature même des objets représentés. Par contre, la décomposition ne correspond pas à une augmentation du niveau (de détail) mais plutôt à une réduction d'information, contrairement à GNOME. Par exemple, la décomposition d'un

(12)Une face est faite d'un groupe de cotés qui est fait de cotés qui sont faits de sommets.

coté en deux sommets ne fait qu'enlever de l'information. En effet, le coté est contraint par deux primitives géométriques de type *point* et une primitive géométrique de type *droite* tandis que les deux sommets ne sont contraints que par deux primitives géométriques de type *point* (les mêmes qui contraignent le coté).

D'autre part, ce type de décomposition conduit à un graphe alors que la décomposition de GNOME n'est représentable que par un arbre. En effet, dans le modèle de MOSAIC, un coté peut faire partie de deux faces différentes et un sommet peut faire partie de plusieurs cotés différents. Les cotés et les sommets peuvent aussi être vus comme deux types de connexion des faces. Dans ce cas, le graphe du modèle de MOSAIC est semblable à une représentation suivant GNOME dans laquelle les objets sont décomposés en faces connectées par leur cotés ou leur sommets de contact (à l'aide d'une relation de connexion quantifiée par le coté ou le sommet par lequel la connexion a lieu). Une autre différence est que la notion de primitive géométrique n'est pas présente dans GNOME. Ces primitives sont remplacées par les quantifications (voir la section 3.2).

5.4 Le modèle de Allen ([All88])

Allen propose un système de reconnaissance d'objets dans lequel la connaissance des objets est rangée dans une base de modèles. Chaque modèle représente, de façon hiérarchique et à l'aide d'un arbre, un objet particulier. À la racine de l'arbre se trouve l'objet lui-même. Dans le nœud le représentant, il y a une quantification de l'objet ainsi qu'une liste de pointeurs vers les composants de l'objet et les caractéristiques (les trous et les cavités) de celui-ci. La quantification de l'objet est faite de sa «boite limitante» et d'un indice de complexité. Le niveau suivant de l'arbre est constitué des composants et des caractéristiques de l'objet. Chaque nœud représentant les composants de l'objet contient une quantification du composant ainsi qu'une liste de pointeurs sur les surfaces le formant. La quantification des composants contient leur boite limitante, leur aire et un indice de priorité. Chaque nœud représentant les caractéristiques de l'objet (trous et cavités) contiennent une quantification de ceux-ci qui décrit leur aire, leur priorité, leur forme et leur référentiel. Ces nœuds sont des feuilles de l'arbre. Le troisième niveau de l'arbre est constitué des surfaces qui forment les composants de l'objet. Les nœuds les représentant contiennent la quantification de la surface et une liste de pointeurs vers les pièces bicubiques qui la forment. La quantification est composée d'une boite limitante, d'une aire, de renseignements indiquant si la surface est fermée ou non, leur forme symbolique (courbe, plane ou cylindrique) et donnant un référentiel pour la surface (si cela est possible). Le dernier niveau est celui des pièces bicubiques. Les nœuds les représentant contiennent leur description paramétrique ainsi que des valeurs comme l'aire, la boite limitante, un vecteur normal et leur forme symbolique. Attaché à la racine, une liste de contrainte décrit les relations d'adjacence (connexion) entre les éléments de chaque niveau de l'arbre.

Il y a donc un arbre tout à fait similaire à l'arbre de décomposition des objets de GNOME (section 3.1.1) : un objet se décompose en composants et caractéristiques, les composants se décomposent en surfaces qui se décomposent elles-même en pièces bicubiques. Chaque nœud de l'arbre est quantifié (bien que cela ne soit pas une obligation dans GNOME). La descente dans l'arbre correspond bien à une augmentation du niveau de détail et de l'information sur l'objet. D'autre part, l'information quantitative d'un niveau peut être calculée à partir de celle du niveau inférieur (section 3.2.2). Par exemple, l'aire d'un composant est la somme des aires des surfaces le formant, la boite limitante d'une surface peut être calculée à partir des boites limitantes des patchs bicubiques formant la surface et des positions des patchs. La relation de connexion (section 3.1.2) est bien présente bien qu'elle ne soit pas propagée (comme elle peut l'être dans GNOME (voir la section 3.1.3)).

6 Conclusion

Nous avons présenté un modèle générique d'objets dans lequel ceux-ci sont représentés par leurs attributs. Chaque attribut conduit à une structure arborescente de décomposition d'objets-attributs (des objets définis dans l'espace de représentation de l'attribut à partir de groupements des valeurs de celui-ci) et un graphe représentant les relations qui existent entre les objets-attributs. Les attributs sont représentés en deux parties : la première est topologique (ou qualitative) tandis que la seconde est quantitative. Un dernier graphe fait le lien entre les différents attributs en représentant les relations inter-attributs.

Enfin, une comparaison entre GNOME et divers modèles de la littérature a était présentée. Elle montre que GNOME est comparable, dans ses capacités, à ces modèles sans toutefois partager certaines limites concernant, par exemple, les primitives de représentation et les attributs et relations représentables.

Références

[All88] Peter K. Allen. Integrating vision and touch for object recognition tasks. *International Journal of Robotics Research*, 7(6):15–33, 1988.

[Big85] Norman L. Biggs. *Discrete Mathematics*. Clarendon Press, Oxford, 1985.

[Bro81] Rodney A. Brooks. Symbolic reasoning among 3-D models and 2-D images. *Artificial Intelligence*, 17(1-3):285–348, 1981.

[HK84] Martin Herman et Takeo Kanade. The 3D MOSAIC scene understanding system: Incremental reconstruction of 3D scenes for complex images. Dans *Proceedings of DARPA Image Understanding Workshop*, pages 137–148, 1984.

[Lab95] Frédéric Labrosse. Modélisation de l'Objet et application à ses représentations. Rapport technique GRPR-RT-9507, Groupe de Recherche en Perception et Robotique, École Polytechnique, Montréal, QC, octobre 1995.

[Mar82] David Marr. *Vision*. W. H. Freeman and Company, 1982.

[Nis81] H. Keith Nishihara. Intensity, visible-surface, and volumetric representations. *Artificial Intelligence*, 17:265–284, 1981.

Liste des symboles

$\Delta^{\infty}(\mathbf{A})$	L'ensemble de tous les descendants de $\mathbf{A}$, page 8
$\Delta^{i}(\mathbf{A})$	L'ensemble des descendants de $\mathbf{A}$ jusqu'à la i-ème génération, page 8
$\Delta_k(\mathbf{A})$	L'ensemble des descendants de l'objet-attribut $\mathbf{A}$ de l'attribut A_k, page 6
$\Gamma(A)$	Un graphe dont les arcs sont des éléments de $A \times A$, page 2
$\Gamma(A, B)$	Un graphe (bipartite) dont les arcs sont des éléments de $A \times B$, page 3
$\Gamma(A_1, \cdots, A_n)$	Un graphe n-partite dont les arcs sont des éléments de $A_1 \times \cdots \times A_n$, page 3
$\Gamma(\Omega_k)$	Le graphe représentant les relations entre les objets-attributs de l'attribut A_k, page 7
$\Gamma_r(A)$	Un graphe dont les arcs sont des éléments de $A \times A$ et qui représente une relation r particulière, page 2
Γ_{ij}	Le graphe des relations inter-attributs entre les deux attributs A_i et A_j, page 14
Ω_k	L'ensemble des objets-attributs qui sont les nœuds de l'arbre de décomposition pour l'attribut A_k, page 6
$\Pi(\Gamma)$	Un chemin dans le graphe Γ, page 3
$\Theta(A)$	Un arbre dont les nœuds sont des éléments de A, page 3
$\Theta(\Omega_k)$	L'arbre de décomposition des objets-attributs de l'attribut A_k, page 6
A_k	Le k-ième attribut (A_0 est l'attribut géométrique), page 4
$\mathbf{A}$	Un objet-attribut générique, page 5
$\mathbf{a}$	Un sous-objet-attribut générique, page 6
F	La fonction d'étiquetage du graphe des relations (inter-attributs) entre tous les attributs, page 14
F_k	La fonction d'étiquetage du graphe des relations entre objets-attributs de l'attribut A_k, page 12
F_{ij}	La fonction d'étiquetage du graphe des relations (inter-attributs) entre les attributs A_i et A_j, page 14
${}^{\mathcal{R}}\mathcal{I}(\mathbf{O})$	Le graphe des relations inter-attributs de l'objet $\mathbf{O}$ dans la représentation $\mathcal{R}$, page 14
$\mathbf{O}$	L'objet physique représenté, page 5

$\mathbf{P}^i(\mathbf{A})$	Le i-ème parent de l'objet $\mathbf{A}$, page 8
$\mathbf{P}^i(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2)$	Le i-ème parent commun à $\mathbf{A}_1$ et $\mathbf{A}_2$, page 9
$\mathcal{P}(E)$	L'ensemble des parties de l'ensemble E, page 3
$\mathrm{pr}_1\Gamma$	La première projection du graphe Γ, page 3
$\mathrm{pr}_2\Gamma$	La seconde projection du graphe Γ, page 3
${}^{\mathcal{R}}\mathcal{Q}(\mathbf{O})$	La quantification de l'objet $\mathbf{O}$ dans la représentation $\mathcal{R}$, page 13
$\mathrm{Q}_k(\mathbf{A})$	La quantification de l'objet-attribut $\mathbf{A}$ de l'attribut A_k, page 11
$\mathcal{R}$	Une représentation d'un objet physique, page 5
${}^{\mathcal{R}}\mathcal{S}(\mathbf{O})$	La structure de l'objet $\mathbf{O}$ dans la représentation $\mathcal{R}$, page 10