

Aseiniad 2

2024–25

Dychwelwch eich atebion i'r cwestiynau trwy Blackboard erbyn diwedd dydd Gwener, 8fed o Dachwedd.

1. Dosbarthwch yr hafaliadau isod fel rhai parabolig, eliptig neu hyperbolig:

(a) $u_{xx} - u_{xy} + 2u_y + 3u_{yy} - 5u_{yx} + 8u = 0;$

(b) $9u_{xx} + 6u_{xy} + u_{yy} + u_x = 0;$

(c) $u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} = 0.$

2. Ystyriwch y problem Cauchy

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & x \in \mathbb{R}, t > 0, \\ u(x, 0) = f(x), & u_t(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

(a) Darganfyddwch barth dibyniaeth u yn $(x, t) = (2, 1)$.

(b) Tybiwch fod $f(x) = 0$ y tu allan i'r cyfwng $[-1, 2]$ a bod $g(x) = 0$ tu allan i'r cyfwng $[1, 6]$. Darganfyddwch y set E o bwyntiau (x, t) fel bod $u(x, t)$ yn sero ar gyfer $(x, t) \in E$.

3. Darganfyddwch y datrysiad $u(x, t)$ o'r problem un dimensiwn, sef yr hafaliad ton ar linyr anfeidraidd

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0, & x \in \mathbb{R}, t > 0, \\ u(x, 0) = f(x), & u_t(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

gyda

(a) $f(x) = x$ ac $g(x) = \cos(x)$.

(b) $f(x) = \ln(x^2 + 6)$ ac $g(x) = 3x^3$.

(c) $f(x) = \sin(x^3)$ ac $g(x) = \frac{x^2}{x^2+4x+8}$.

4. Gan ddefnyddio'r dull nodweddion, datryswch yr hafaliadau

(a) $2u_x + (\cos x)u_y = 0, u(0, y) = e^{-y},$

(b) $u_x + 2u_y + (2x - y)u = 2x^2 + 3xy - 2y^2, u(x, 0) = x$ (anoddach!).